Les fondements des équations différentielles

Un professeur de mathématiques

1 Introduction

Revoir le cours sur les équations ?

Une équation différentielle est une équation impliquant une ou plusieurs fonctions inconnues et leurs dérivées. Ces équations permettent de modéliser de nombreux phénomènes physiques, biologiques, et économiques.

2 Théorèmes et définitions

Théorème 1 (Existence et unicité)

Si $f(x, y)$ est continue et vérifie une condition de Lipschitz par rapport à y, alors le problème de Cauchy

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0$$

admet une solution unique dans un voisinage de x_0.

3 Exercices

Exercice 1 Résoudre l'équation $\frac{dy}{dx} = x^2$, avec $y(0) = 1$.

Corrigé de l'exercice 1

En intégrant, on obtient :

$$y(x) = \frac{x^3}{3} + C$$

En utilisant la condition initiale $y(0) = 1$, on trouve $C = 1$. Ainsi,

$$y(x) = \frac{x^3}{3} + 1.$$

Exercice 2 Résoudre l'équation $\frac{dy}{dx} = 2x + 1$, avec $y(1) = 3$.

Ceci est une note dans un environnement

4 Boîtes

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris.

Aliquam erat volutpat. Nunc eleifend leo vitae magna.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus.

Nullam eu ante vel est convallis dignissim.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis.