MATHÉMATIQUES

Statistiques

Moyenne, médiane et étendue

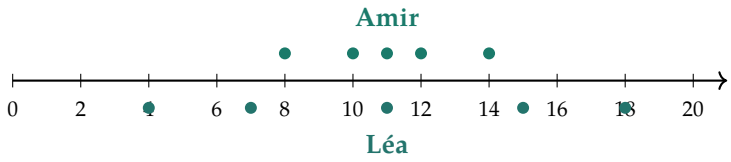
TROISIÈME

Compétences	☹	😐	🙂	😀
Connaître le vocabulaire statistique (population, caractère, effectif, fréquence)				
Calculer la moyenne d'une série statistique				
Calculer l'étendue d'une série statistique				
Déterminer la médiane d'une série statistique				

DÉCOUVRIR LES STATISTIQUES

Exercice 1 *Activité d'introduction* Deux élèves, Amir et Léa, ont relevé leurs notes sur cinq contrôles :

Contrôle	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Amir	8	10	11	12	14
Léa	4	7	11	15	18



1. Calculer la somme des notes de chaque élève. Que remarquez-vous ?
2. Lequel des deux a des résultats plus réguliers ? Comment le voyez-vous sur le graphique ?
3. Proposer un nombre unique qui résume « le niveau » de chaque élève.
4. Proposer un nombre qui mesure l'écart entre la meilleure et la moins bonne note de chaque élève.

① VOCABULAIRE STATISTIQUE

Définition 1 **(Série statistique)** Une **série statistique** est un ensemble de données recueillies lors d'une étude. On distingue :

- la **population** : l'ensemble des individus étudiés ;
- le **caractère** : la grandeur mesurée ou observée ;
- les **valeurs** : les résultats possibles du caractère ;
- l'**effectif** d'une valeur : le nombre de fois qu'elle apparaît ;

- l'**effectif total** N : le nombre total de données ;
- la **fréquence** d'une valeur : $f = \dfrac{\text{effectif de la valeur}}{\text{N}}$.

Exemple 1. On a relevé le nombre de buts marqués lors de 20 matchs de football :

Buts	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**Total**
Effectif	3	6	5	4	2	20
Fréquence	$\frac{3}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{5}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{2}{20}$	1

Population : les 20 matchs. Caractère : le nombre de buts. Fréquence de la valeur 1 : $\dfrac{6}{20} = 30\,\%$.

② Moyenne

Définition 2 **(Moyenne)** La **moyenne** d'une série statistique est :

$$\bar{x} = \frac{\text{somme de toutes les valeurs}}{\text{effectif total}} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \cdots + n_px_p}{\text{N}}$$

où x_i sont les valeurs, n_i leurs effectifs et N l'effectif total.

Exemple 2. Avec les buts marqués :
$\bar{x} = \dfrac{0\times3 + 1\times6 + 2\times5 + 3\times4 + 4\times2}{20} = \dfrac{0+6+10+12+8}{20} = \dfrac{36}{20} = 1{,}8$ buts par match.

Remarque 1. La moyenne est sensible aux valeurs extrêmes : une seule valeur très éloignée peut fortement la modifier.

③ Étendue

Définition 3 **(Étendue)** L'**étendue** d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite des valeurs :

$$\text{étendue} = x_{\max} - x_{\min}.$$

L'étendue mesure la **dispersion** des données : plus l'étendue est grande, plus les données sont dispersées.

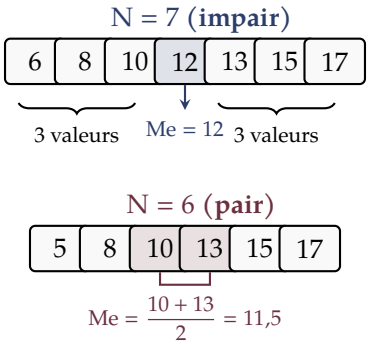
Exemple 3. Étendue des buts : $4 - 0 = 4$.

④ Médiane

Définition 4 **(Médiane)** La **médiane** d'une série statistique ordonnée est une valeur qui partage la série en deux groupes de même effectif : au moins la moitié des données sont inférieures ou égales à la médiane, et au moins la moitié sont supérieures ou égales.

Propriété 1 **(Déterminer la médiane)** On ordonne les N données par ordre croissant.

- Si N est **impair**, la médiane est la valeur de rang $\dfrac{N+1}{2}$.
- Si N est **pair**, la médiane est la demi-somme des valeurs de rangs $\dfrac{N}{2}$ et $\dfrac{N}{2}+1$.



Exemple 4 (Cas impair). Notes de 7 élèves (ordonnées) : 6, 8, 10, 12, 13, 15, 17. La médiane est la 4e valeur : Me = 12.

Exemple 5 (Cas pair). Durées (en min) de 8 chansons (ordonnées) : 2,5 ; 3,0 ; 3,2 ; 3,5 ; 3,8 ; 4,1 ; 4,5 ; 5,0. La médiane est $\text{Me} = \dfrac{3{,}5+3{,}8}{2} = 3{,}65$ min.

Remarque 2. Contrairement à la moyenne, la médiane n'est pas influencée par les valeurs extrêmes. Si la plus grande note passe de 17 à 100, la médiane reste 12, mais la moyenne augmente fortement.